

CHAPITRE 7 : DISPOSITIF INTERFERENTIEL PAR DIVISION DU FRONT D'ONDE : LES TROUS DE YOUNG

Tout phénomène résultant de la superposition de deux ou de plusieurs mouvements vibratoires de même nature, de fréquence identique constitue le phénomène d'interférence. Dans ce chapitre, on étudiera seulement les *Interférences lumineuses*.

1. Définition : division du front d'onde

L'onde émise par une source est séparée géométriquement en deux (ou plusieurs) parties, qui suivent ensuite des trajets différents pour arriver en un point M, au voisinage duquel nous espérons observer des interférences.

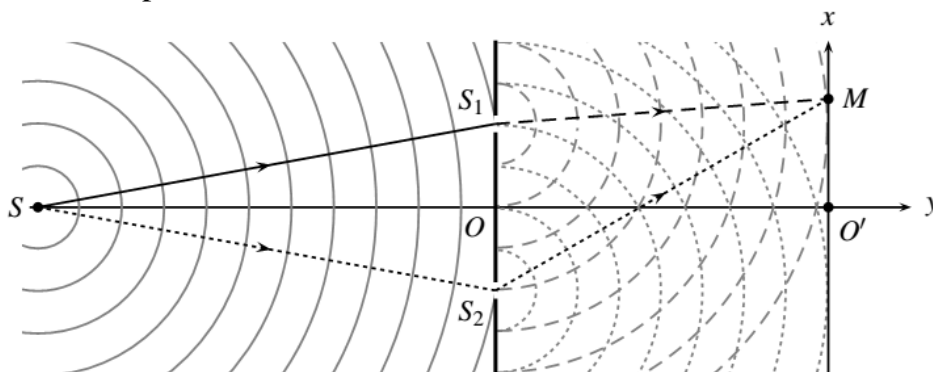
Cette division de la surface d'onde en plusieurs parties est appelée division du front d'onde.

2. Le dispositif des trous de Young

2.1 Présentation du dispositif

On reprend les résultats du chapitre précédent :

- la source lumineuse est ponctuelle, monochromatique et centrée sur l'axe du dispositif d'interférence
- on prend deux trous de dimensions très petites et on ne considère pas la diffraction en supposant l'éclairement uniforme derrière chaque ouverture
- les deux trous sont de même dimension et sont éclairés de manière identique par une source lumineuse ponctuelle



Les deux trous de Young sont éclairés par la même surface d'onde et peuvent être considérés comme deux sources mutuellement cohérentes, qui vont émettre la même séquence de trains d'ondes.

2.2. Description du champ d'interférences

2.2.1. Notion de localisation des franges

Les franges d'interférences sont visibles sur l'écran d'observation quelle que soit sa position au-delà des deux trous. On dit que les interférences **sont non localisées**. Cette propriété est propre aux dispositifs interférentiels fonctionnant par division du front d'onde. On admet sa généralisation.

2.2.2. Différences de phase et de marche - ordre d'interférences

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((SM)_{voie2} - (SM)_{voie1})$$

$S_1S_2 = a$, de l'ordre du millimètre, $|x|$ et $|y|$ sont de l'ordre du centimètre et $D = OO'$.
 $a \ll D$, $|x| \ll D$, $|y| \ll D$. L'indice du milieu est n .

$\delta(M) = (SM)_{voie2} - (SM)_{voie1} = n(SS_2 + S_2M - SS_1 - S_1M) = n(S_2M - S_1M)$
 $M(x, y, z)$, $S_1\left(\frac{a}{2}, -D, 0\right)$, $S_2\left(-\frac{a}{2}, -D, 0\right)$ et $r = OM$.

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{S_1M}\|^2 &= (\overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OM})^2 = S_1O^2 + OM^2 + 2\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM} \\ \|\overrightarrow{S_1M}\|^2 &= \frac{a^2}{4} + r^2 + 2\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM} = r^2 \left(1 + \frac{a^2}{4r^2} + \frac{2\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM}}{r^2} \right) \end{aligned}$$

$$S_1M = r \sqrt{1 + \frac{a^2}{4r^2} + \frac{2\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM}}{r^2}}$$

$$\begin{aligned} D \sim r, d'où \frac{a^2}{4r^2} \sim \frac{a^2}{4D^2} \ll 1 \text{ et } \frac{2\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM}}{r^2} \sim \frac{a}{D} \\ S_1M \approx r \left(1 + \frac{a^2}{8r^2} + \frac{\overrightarrow{S_1O} \cdot \overrightarrow{OM}}{r^2} \right) = r + \frac{a^2}{8r} - \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OS_1}}{r} \end{aligned}$$

De même

$$S_2M \approx r \left(1 + \frac{a^2}{8r^2} + \frac{\overrightarrow{S_2O} \cdot \overrightarrow{OM}}{r^2} \right) = r + \frac{a^2}{8r} + \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{S_2O}}{r}$$

$$\delta(M) = n(S_2M - S_1M) = n \left(\frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{S_2O}}{r} + \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OS_1}}{r} \right) = n \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}}{OM}$$

$$\delta(M) = n(S_2M - S_1M) = n \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1} \text{ avec } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$$

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}$$

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}$$

2.3. Franges d'interférences

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\overrightarrow{OM}} \approx \frac{\overrightarrow{OM}}{D} = \frac{x\vec{i} + D\vec{j} + z\vec{k}}{D}$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} = a\vec{i}$$

Différence de marche :

$$\delta(M) = \frac{na x}{D}$$

Différence de phase :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2\pi na x}{\lambda_0 D}$$

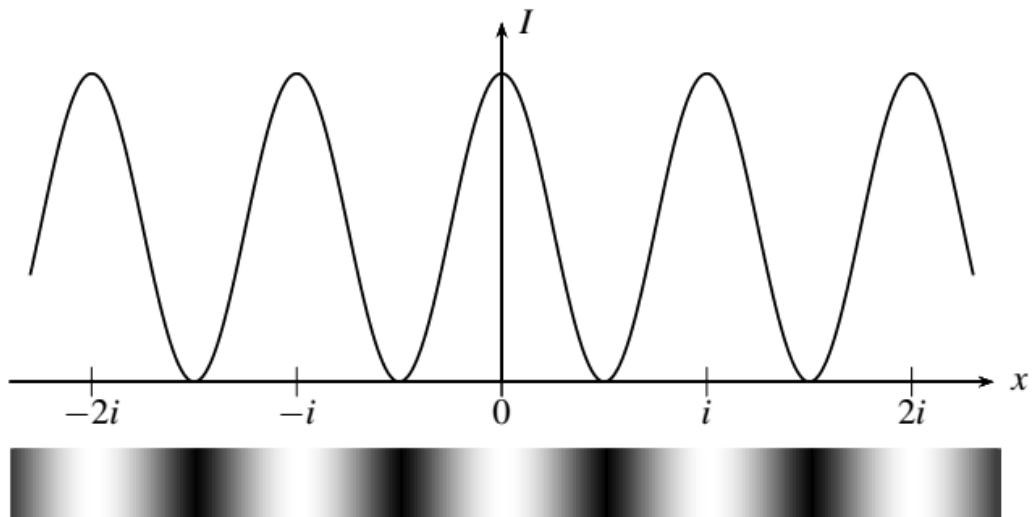
Ordre d'interférence

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{na x}{\lambda_0 D}$$

Intensité vibratoire :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi na x}{\lambda_0 D}\right) \right)$$

L'intensité vibratoire ne dépend que de x : on observe donc sur l'écran des franges rectilignes, alternativement sombres et brillantes



L'interfrange est la période spatiale

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n a x}{\lambda_0 D} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi x}{i} \right) \right)$$

$$i = \frac{\lambda_0 D}{n a}$$

Ou la distance entre deux franges brillantes ou entre deux franges sombres.

$$x_{pb} = p \frac{\lambda_0 D}{n a} \text{ pour les franges brillantes}$$

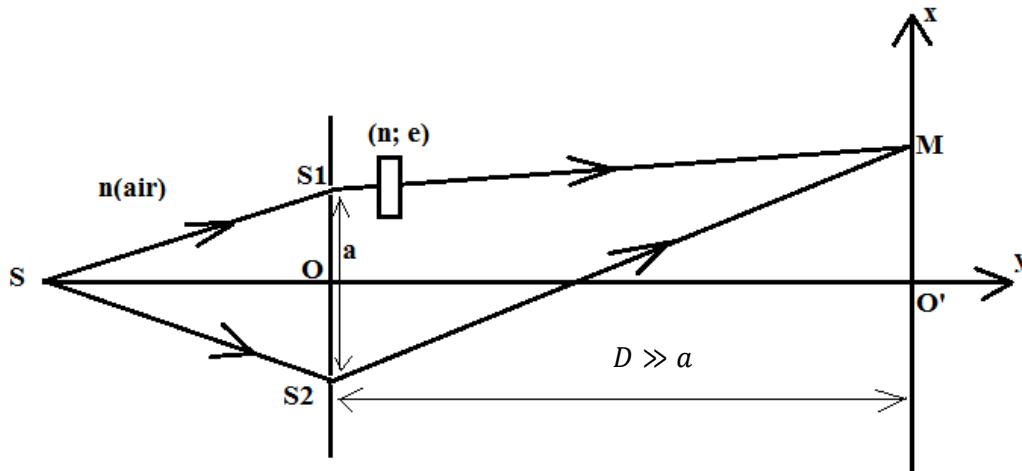
$$x_{ms} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_0 D}{n a} \text{ pour les franges sombres}$$

$$i = x_{(p+1)b} - x_{pb} = x_{(m+1)s} - x_{ms} = \frac{\lambda_0 D}{n a}$$

3. Modifications du dispositif

3.1. Variation de l'ordre d'interférences p par ajout d'une lame à face parallèles sur un des trajets

On souhaite estimer la variation de l'ordre $p(M)$ lorsqu'on ajoute la lame de verre d'indice n et d'épaisseur e et d'en déduire l'évolution du système d'interférences.



$$\begin{aligned} \delta'(M) &= (S_2M) - (S_1M) = n_{air} S_2M - (n_{air}(S_1M - e) + ne) \\ \delta'(M) &= n_{air}(S_2M - S_1M) - e(n - n_{air}) = \delta(M) - e(n - n_{air}) \\ \delta'(M) &= n_{air}(S_2M - S_1M) - e(n - n_{air}) = \delta(M) - e(n - n_{air}) \\ \delta'(M) &= \frac{n_{air} a x}{D} - e(n - n_{air}) \end{aligned}$$

$$p'(M) = \frac{n_{air} a x}{D \lambda_0} - \frac{e(n - n_{air})}{\lambda_0} = p(M) - \frac{e(n - n_{air})}{\lambda_0}$$

L'ordre d'interférence en M a donc varié de $\Delta p = -\frac{e(n-n_{air})}{\lambda_0}$. Comme $n > n_{air}$, $\Delta p < 0$. L'ordre diminue naturellement de la quantité Δp en tout point du champ d'interférences. L'ordre croît naturellement selon ox ($p'(M) = \frac{n_{air}ax}{D\lambda_0} + \Delta p(M)$). Pour que sa valeur baisse en un point, il faut que le système de franges se déplace dans le sens des x croissant, c'est-à-dire vers le haut. La frange centrale ($p'=0$) occupe alors la position :

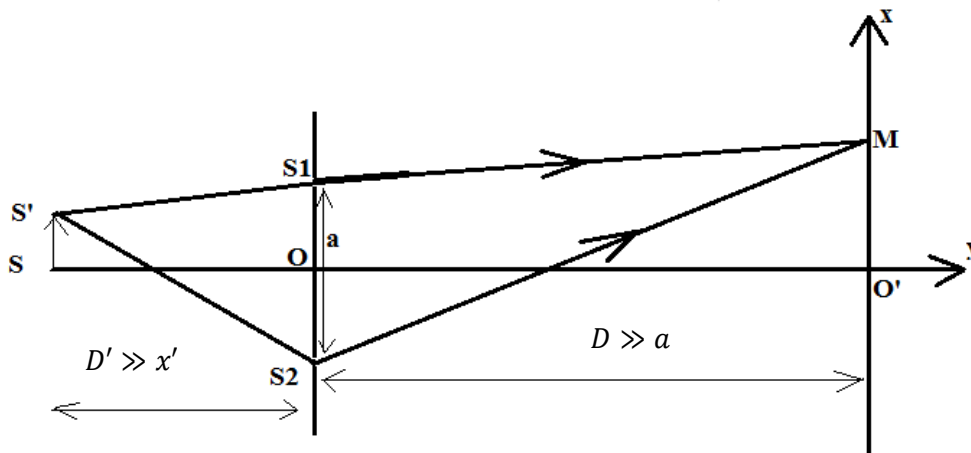
$$\boxed{\frac{n_{air}ax_{cent}}{D\lambda_0} - \frac{e(n-n_{air})}{\lambda_0} = 0 \text{ soit } x_{cent} = \frac{De(n-n_{air})}{n_{air}a}}$$

$n > n_{air}$, $x_{cent} > 0$. Dans ce cas, les franges « remontent » bien dans le champ d'interférences pour la situation considérée.

3.2. Influence du déplacement de la source ponctuelle

3.2.1. Déplacement de la source primaire

On considère un déplacement $\vec{\delta s}$ de la source ponctuelle. Elle passe de la position S à S' : $\vec{\delta s} = \overline{SS'}$ et D' très grand devant a.



$$\delta''(M) = (\overline{S'S_2M}) - (\overline{S'S_1M}) = (\overline{S'S_2}) + (\overline{S_2M}) - (\overline{S'S_1}) - (\overline{S_1M})$$

$$\delta''(M) = ((\overline{S'S_2}) - (\overline{S'S_1})) + ((\overline{S_2M}) - (\overline{S_1M}))$$

$$\delta''(M) = ((\overline{S'S_2}) - (\overline{S'S_1})) + ((\overline{S_2M}) - (\overline{S_1M}))$$

$$\delta''(M) = n \vec{u}' \cdot \overline{S_2S_1} + n \vec{u} \cdot \overline{S_2S_1}$$



$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM} \approx \frac{\overrightarrow{OM}}{D} = \frac{x\vec{i} + D\vec{j} + z\vec{k}}{D}$$

$$\vec{u}' = \frac{\overrightarrow{OS'}}{OS'} \approx \frac{\overrightarrow{OS'}}{D'} = \frac{x'\vec{i} - D'\vec{j} + z'\vec{k}}{D'}$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} = a\vec{i}$$

$$\delta''(M) = n \left(\frac{x'a}{D'} + \frac{xa}{D} \right) = na \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$\Delta\phi''(M) = \frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$p''(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

L'ordre d'interférence en un point de l'espace est passé de la valeur $\frac{na x}{D\lambda_0}$, dans le cas où la source était en S, avec une frange centrale claire en O, à la valeur

$$p''(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right) \text{ lorsque la source est écartée de l'axe.}$$

$p''(M)$ a varié de $\Delta p''(M) = \frac{na x'}{D'\lambda_0}$. Ici, comme $x' > 0$, $\Delta p''(M) > 0$, le système de franges « descend » pendant la translation de la source. On peut le vérifier en cherchant la nouvelle position de la frange centrale :

$$p''(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right) = 0 \Rightarrow x_{\text{centre}} = \frac{-Dx'}{D'} < 0$$

Généralisation : De manière générale on a :

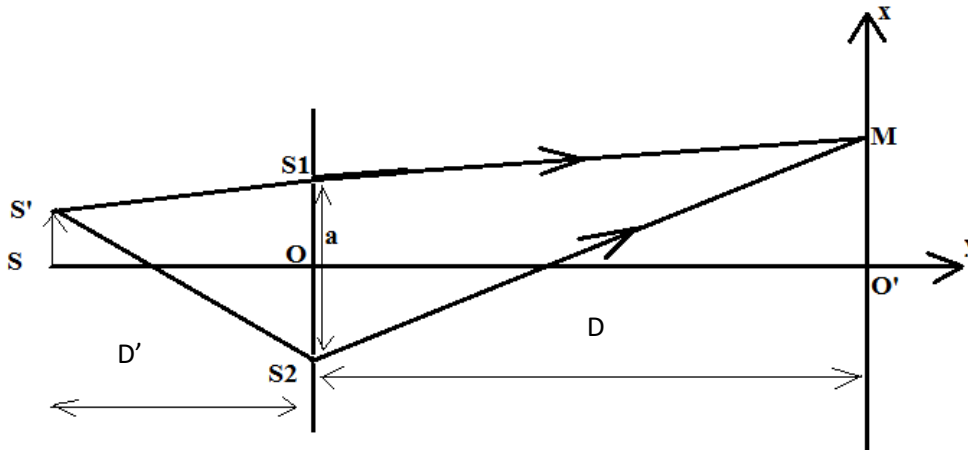
$$p''(M) = p(M) + n \frac{\overrightarrow{\delta S} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}}{\lambda_0 D'}$$

3.2.2. Utilisation d'une fente source

Si le déplacement de la source se fait selon \vec{u}_y ou \vec{u}_z , alors $p''(M) = p(M)$ Car $\overrightarrow{\delta S} \cdot \overrightarrow{S_2S_1} = 0$.

On peut remplacer la source ponctuelle par une fente source allongée dans la direction orthogonale à l'axe des deux trous, sans modifier le contraste de la figure d'interférences.

3.2.3. Cas d'une source primaire constituée de deux points lumineux



Pour la source S, on a :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi na x}{\lambda_0 D}$$

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{na x}{\lambda_0 D}$$

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi na x}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

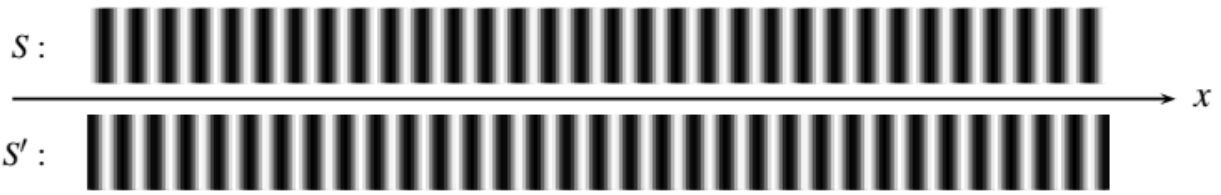
Pour la source S', on a :

$$\Delta\varphi'(M) = \frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$p'(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$I'(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right) \right) \right)$$

On a un décalage de franges.



Les deux sources ont même interfrange.

Si on imagine que S et S' coïncident à l'instant initial (les franges brillantes se superposent) et que nous déplaçons lentement la source S' vers sa position finale (x'). Le système de franges dû à S' se décale progressivement vers le bas. Il arrive un moment où les minima dus à S se superposent avec les maxima de S'. Les franges disparaissent (ou se brouillent). Entre l'état de coïncidence des franges (S et S' confondues) et l'état d'anticoïncidence, la variation de l'ordre d'interférence est $\Delta p = \frac{1}{2}$.

Le critère semi-quantitatif d'observation des interférences qui permet d'observer les interférences avec un contraste acceptable est $|\Delta p| \leq \frac{1}{2}$.

Le critère semi-quantitatif de brouillage des interférences est $|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$

L'intensité résultante est :

$I_{tot} = I(M) + I'(M)$ (Sources incohérentes)

$$I_{tot}(M) = 2I_0 \left(2 + \cos\left(\frac{2\pi n a x}{\lambda_0 D}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n a}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D}\right)\right) \right)$$

$$I_{tot}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{\pi n a x'}{\lambda_0 D'}\right) \cos\left(\frac{\pi n a}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{2x}{D}\right)\right) \right)$$

$$I_{tot_{max}} = 4I_0 \left(1 + \left| \cos\left(\frac{\pi n a x'}{\lambda_0 D'}\right) \right| \right)$$

$$I_{tot_{min}} = 4I_0 \left(1 - \left| \cos\left(\frac{\pi n a x'}{\lambda_0 D'}\right) \right| \right)$$

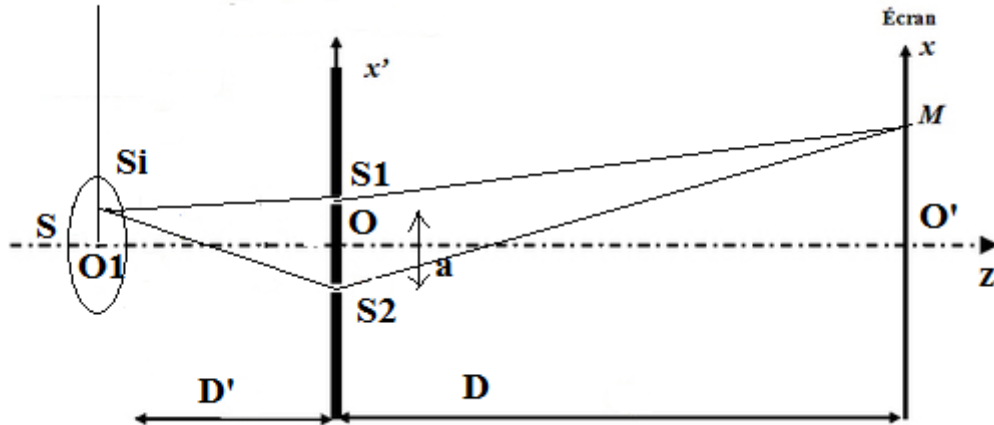
La visibilité V :

$$V = \frac{I_{tot(max)} - I_{tot(min)}}{I_{tot(max)} + I_{tot(min)}} = \left| \cos\left(\frac{\pi n a x'}{\lambda_0 D'}\right) \right| = |\cos(\pi \Delta p(M))|$$

Pour $\Delta p(M) = 0$, $V = 1$; Pour $\Delta p(M) = \frac{1}{2}$, $V = 0$.

3.2.4. Cas d'une source primaire S étendue

La source étendue en forme de disque de rayon b est composée de Si points lumineux incohérents entre eux.



$$\delta_i(M) = n \vec{u}' \cdot \overrightarrow{S_2 S_1} + n \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2 S_1}$$

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM} \approx \frac{\overrightarrow{OM}}{D} = \frac{x\vec{i} + D\vec{j} + z\vec{k}}{D}$$

$$\vec{u}' = \frac{\overrightarrow{OS_i}}{OS_i} \approx \frac{\overrightarrow{OS_i}}{D'} = \frac{x'\vec{i} - D'\vec{j} + z\vec{k}}{D'}$$

$$\overrightarrow{S_2 S_1} = a\vec{i}$$

$$\delta_i(M) = n \left(\frac{x'a}{D'} + \frac{xa}{D} \right) = na \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$\Delta\phi_i(M) = \frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$P_i(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{x'}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$P_{i(max)}(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{b}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$P_{i(min)}(M) = \frac{na}{\lambda_0} \left(\frac{-b}{D'} + \frac{x}{D} \right)$$

$$\Delta P_{(max)}(M) = P_{i(max)}(M) - P_{i(min)}(M) = \frac{2nab}{\lambda_0 D'}$$

Le critère semi-quantitatif d'observation des interférences pour une source symétrique ou deux sources ponctuelles symétriques qui permet d'observer les

interférences avec un contraste acceptable est $\left| \frac{\Delta P_{(max)}(M)}{2} \right| \leq \frac{1}{2}$.

$$\frac{\Delta P_{(max)}(M)}{2} = \frac{nab}{\lambda_0 D'} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow a \leq \frac{\lambda_0 D'}{2nb}$$

La quantité $\theta = \frac{2b}{D'}$ représente l'angle sous lequel est vue la source étendue depuis O, le centre des deux trous. On peut s'en servir pour exprimer autrement la condition de visibilité des franges.

Les franges d'interférences sont observables avec une bonne visibilité à condition que : $a \leq l_s$, où $l_s = \frac{\lambda_0}{n\theta}$ est la longueur de cohérence spatiale de la source. Plus la source est vue sous un angle faible, plus sa longueur de cohérence spatiale augmente, et plus il est aisé d'obtenir des franges d'interférences visibles.

3.3. Influence de la largeur spectrale

3.3.1. Doublet de longueurs d'onde

Chacune des radiations monochromatiques du doublet spectral est émise par la même source ponctuelle S. Ces ondes lumineuses incohérentes entre elles car $\nu_{01} \neq \nu_{02}$ (respectivement $\lambda_{01} \neq \lambda_{02}$), suivent chacune deux trajets dans l'interféromètre.

En supposant $I_{01} = I_{02} = I_0$ et $\delta_1(M) = \delta_2(M) = \delta(M) = \frac{nax}{D}$

$$I_1(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi nax}{\lambda_{01} D} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{01}} \right) \right)$$

$$I_2(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi nax}{\lambda_{02} D} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{02}} \right) \right)$$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{01}} \right) \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{02}} \right) \right)$$

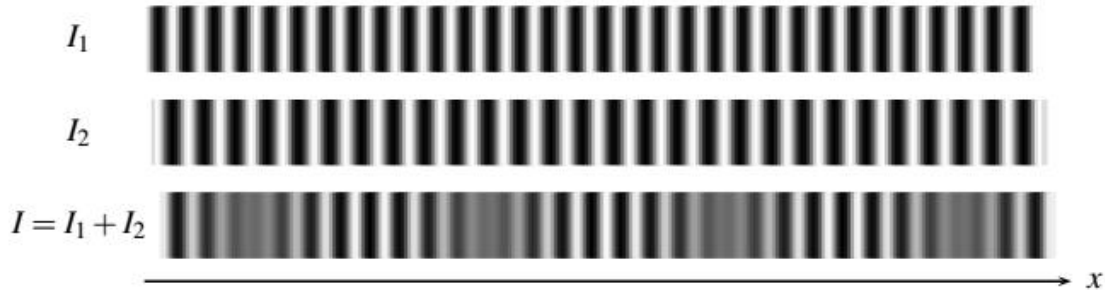
$$I(M) = 4I_0 + 2I_0 \left[\cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{01}} \right) + \cos \left(\frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_{02}} \right) \right]$$

$$I(M) = 4I_0 \left[1 + \cos \pi \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_{01}} + \frac{1}{\lambda_{02}} \right) \cos \pi \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_{01}} - \frac{1}{\lambda_{02}} \right) \right]$$

$$\lambda_m = \frac{\lambda_{01} + \lambda_{02}}{2}, \quad \Delta \lambda = \lambda_{02} - \lambda_{01}, \quad \Delta \lambda \ll \lambda_m, \quad \lambda_{02} \cdot \lambda_{01} \approx \lambda_m^2$$

$$\frac{1}{\lambda_{01}} + \frac{1}{\lambda_{02}} = \frac{\lambda_{02} + \lambda_{01}}{\lambda_{01} \lambda_{02}} \approx \frac{2}{\lambda_m}; \quad \frac{1}{\lambda_{01}} - \frac{1}{\lambda_{02}} = \frac{\lambda_{02} - \lambda_{01}}{\lambda_m^2} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2}$$

$$I(M) = 4I_0 \left[1 + \cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m} \cos \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right]$$



Représentation des différentes intensités vibratoires.

Analyse de l'expression donnant l'intensité lumineuse

On reconnaît l'expression dans l'expression de $I(M)$, le terme d'interférence usuel $\cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m}$ mais multiplié (modulé) par le facteur de visibilité V ou degré de

cohérence temporelle $\gamma = \cos \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$

La période Δ_i du terme d'interférence $\cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m}$, en terme de déphase, est $\Delta_i = \lambda_m$

et celle Δ_γ du degré de cohérence $\cos \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$ est $\Delta_\gamma = \frac{2\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$

Si l'on forme le rapport des deux périodes,

$$\frac{\Delta_\gamma}{\Delta_i} = \frac{2\lambda_m^2}{\Delta\lambda} = \frac{2\lambda_m}{\Delta\lambda} \gg 1$$

On que $\cos \frac{\pi\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$, fonction de $\delta(M)$, varie lentement devant la fonction

$\cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_m}$.

Le degré de cohérence temporelle module le terme d'interférence.

En conséquence, au voisinage d'un point M donné, nous pouvons définir l'intensité maximale $I_{max} = 4I_0[1 + |\gamma(M)|]$ et l'intensité minimale $I_{min} = 4I_0[1 - |\gamma(M)|]$.

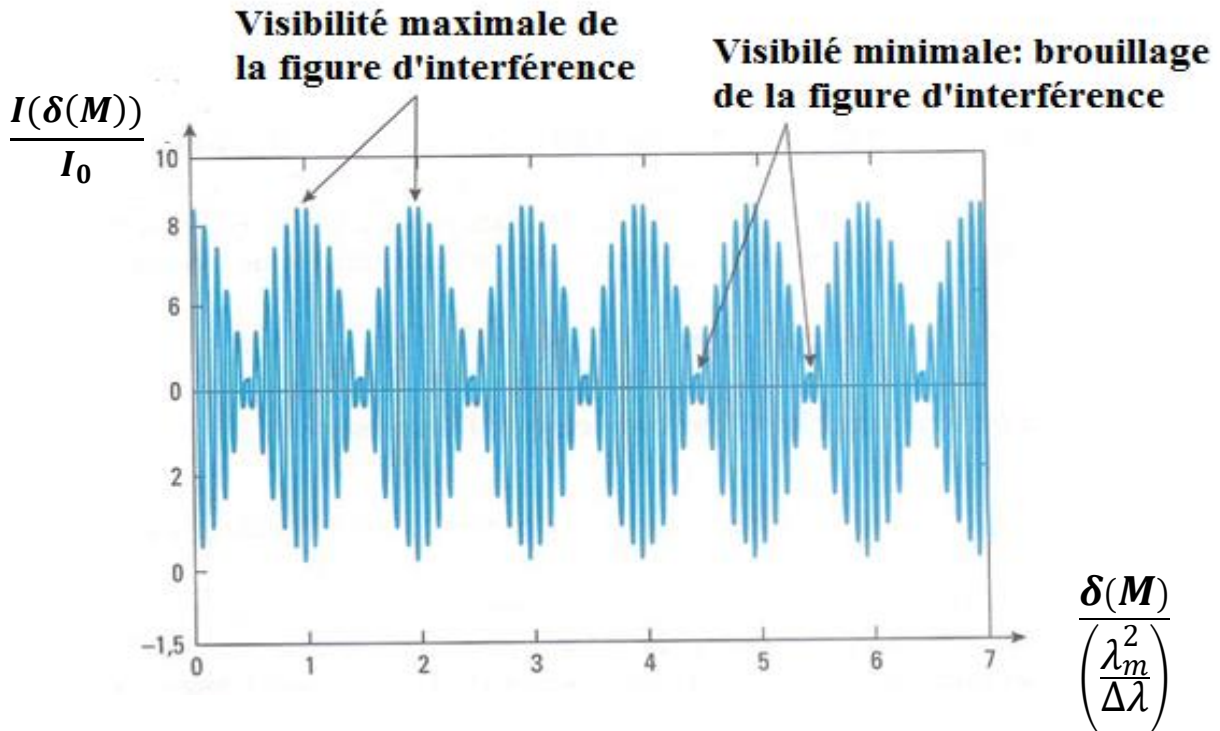
Le facteur de contraste s'écrit :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{8I_0|\gamma(M)|}{8I_0} = |\gamma(M)|$$

$$C = |\gamma(M)| = \left| \cos \frac{\pi \delta(M) \Delta \lambda}{\lambda_m^2} \right|. \text{ La période du contraste est la moitié de celle du degré}$$

de cohérence.

Traçons $\frac{I(\delta(M))}{I_0}$ en fonction de $\delta(M)$.



La période Δ du phénomène est Δ_c celle du contraste $\Delta = \frac{\lambda_m^2}{\Delta \lambda}$

Les abscisses x_m où sont réalisées l'annulation de la visibilité des franges :

$$\cos \frac{\pi \delta(M) \Delta \lambda}{\lambda_m^2} = \cos(m\pi), \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi \delta(M) \Delta \lambda}{\lambda_m^2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi \Rightarrow \delta(M) = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_m^2}{\Delta \lambda} = \frac{nax_m}{D}$$

$$x_m = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) D \lambda_m^2}{n a \Delta \lambda}$$

Distance entre deux brouillages

$$\Delta x_m = x_{m+1} - x_m = \frac{D\lambda_m^2}{na\Delta\lambda} \left[\left(m + 1 + \frac{1}{2} \right) - \left(m + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\Delta x_m = x_{m+1} - x_m = \frac{D\lambda_m^2}{na\Delta\lambda} = \frac{i\lambda_m}{\Delta\lambda}$$

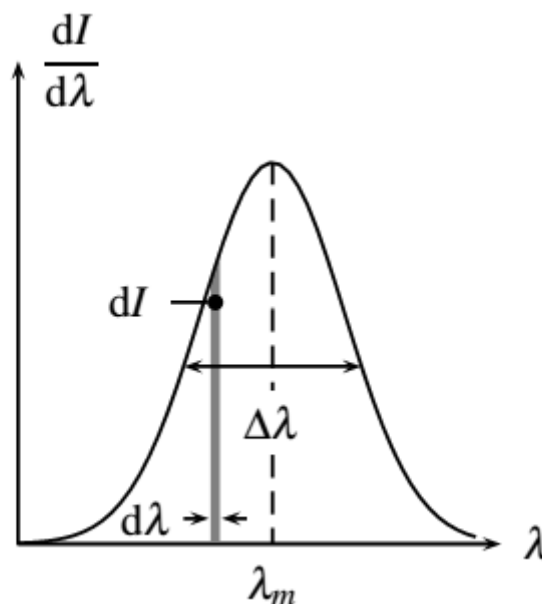
Où $i = \frac{\lambda_m D}{na}$ est l'interfrange calculé pour la longueur d'onde moyenne. Le nombre de maxima d'intensité vibratoire entre deux brouillages est :

$$N = \frac{\Delta x_m}{i} = \frac{\lambda_m}{\Delta\lambda}$$

3.3.2. Source de faible largeur spectrale

On considère une source qui émet des ondes lumineuses dont les longueurs d'onde sont distribuées autour d'une valeur moyenne λ_m dans un intervalle de largeur typique égale à $\Delta\lambda$. On suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$.

Dans l'intervalle de longueur d'onde $[\lambda; \lambda+d\lambda]$, la source rayonne une intensité vibratoire dI .



Distribution spectrale de l'intensité vibratoire.

Le rayonnement émis est constitué d'une superposition d'ondes lumineuses monochromatiques de largeur $d\lambda$.

Plutôt que de calculer la visibilité des franges correspondant à la distribution spectrale, on se contente d'un argument semi-quantitatif. On évalue, en un point M de l'écran, la

variation de l'ordre d'interférences dp consécutive à une variation $d\lambda$ de la longueur d'onde (comme M est fixé, la différence de marche $\delta(M)$ est aussi fixée).

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} \Rightarrow dp = -\frac{\delta(M)}{\lambda^2} d\lambda$$

Comme on s'intéresse à une source de faible largeur spectrale, on peut en déduire un ordre de grandeur de la variation de l'ordre d'interférences $p(M)$ pour la distribution spectrale envisagée :

$$\Delta p = \frac{\delta(M)}{2\lambda_m^2} \Delta\lambda$$

en considérant une largeur spectrale égale $\frac{\Delta\lambda}{2}$ comme le prescrit le programme. Le critère semi-quantitatif de visibilité des franges $\Delta p(M) \leq \frac{1}{2}$ amène à la condition suivante :

$$\delta(M) \leq \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

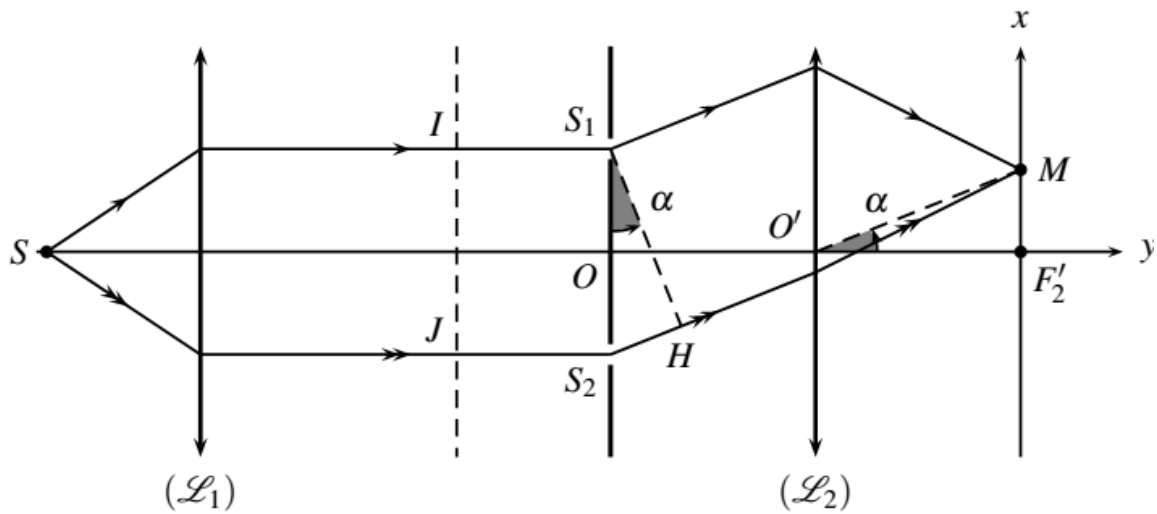
$$\text{Or, } l_c \sim \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow \delta(M) \leq l_c$$

Pour obtenir des franges visibles à partir d'une source de faible largeur spectrale, il faut respecter la condition : $\delta(M) \leq l_c$ où $l_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$ est la longueur de cohérence temporelle de la source.

4. Montage de Fraunhofer

4.1. Description du montage

On envisage une configuration alternative du dispositif des trous de Young où la source S et le point d'observation M sont rejetés à l'infini. Pour ce faire, on utilise deux lentilles convergentes : la source S est placée au foyer principal objet de la lentille (L_1), et le point d'observation M est placé dans le plan focal image de la seconde lentille (L_2). Ce montage, appelé montage de Fraunhofer, est schématisé ci-dessous.



Les rayons issus de S émergent de (L_1) parallèlement à l'axe optique. Au niveau de S_1 et S_2 , ils diffractent parallèlement à la droite (OM) pour converger vers M à la traversée de la lentille (L_2) .

La condition de Gauss impose α petit. On peut écrire donc:

$$\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha = \frac{x}{f'}$$

où f' est la distance focale image de la lentille (L_2) et $x = \overline{F'_2M}$

La différence de marche :

$$\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) - (SS_1) + (S_2M) - (S_1M)$$

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$$

Pour calculer $(S_2M) - (S_1M)$, on place une source ponctuelle au point M.

D'après la loi du retour inverse et le théorème de Malus, on a : $(MS_1) = (MH)$.

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H)$$

$$\delta(M) = n a \sin \alpha \approx n \frac{ax}{f'}$$

$\vec{u} = \frac{\overline{O'M}}{O'M} \approx \frac{\overline{O'M}}{f'}$, on a :

$$\delta(M) = n \vec{u} \cdot \overline{S_2S_1} \approx n \frac{ax}{f'}$$

À partir de la différence de marche, on peut exprimer la différence de phase $\Delta\phi(M)$, l'ordre d'interférences $p(M)$ et l'intensité vibratoire $I(M)$:

$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2\pi n a x}{\lambda_0 f'}$$



$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{na x}{\lambda_0 f'}$$

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi na x}{\lambda_0 f'} \right) \right)$$

L'intensité vibratoire varie en fonction de x seulement. La figure d'interférences est constituée de franges rectilignes, alternativement sombres et brillantes, caractérisées par un interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0 f'}{na}$$